Os recuerdo cómo se resolvía una inecuación: $\dfrac{4}{x^2-2x}-\dfrac{x}{x^2-3x+2}\leq\dfrac{3}{x}$

<u>1. Estudiamos el dominio de las expresiones presentes.</u>
En nuestro caso, estudiamos cuando se anulan los denominadores

$x^2-2x=0$ ⟹ 0 y 2 anulan el primer denominador

$x^2-3x+2=0$ ⟹ 1 y 2 anulan el segundo denominador

$x=0$ ⟹ 0 anula el tercer denominador

D = IR – {0,1,2}

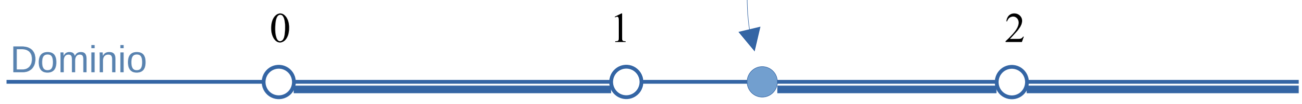
<u>2. Resolvemos la ecuación y representamos las soluciones en el dominio,</u>
con puntos huecos si la igualdad no vale o con puntos rellenos
si la igualdad está presente (como en este caso)

$$\frac{4}{x(x-2)}-\frac{x}{(x-1)(x-2)}=\frac{3}{x}$$

$$\frac{4}{x(x-2)}\cdot\frac{(x-1)}{(x-1)}-\frac{x}{(x-1)(x-2)}\cdot\frac{x}{x}=\frac{3}{x}\cdot\frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)}$$

$$4x-4-x^2=3(x-1)(x-2) \implies 0=4x^2-13x+10$$

$x=5/4$ (x = 2 no es válida)



<u>3. "PINCHAMOS" para descubrir los tramos que son solución de nuestra inecuación</u>

$\text{Si } x=-1$ $\text{Si } x=0'5$ $\text{Si } x=1'1$ $\text{Si } x=1'5$ $\text{Si } x=3$

Lo sustituyo en la inecuación original para ver si se cumple

$$\frac{4}{(-1)^2-2(-1)}-\frac{(-1)}{(-1)^2-3(-1)+2}\leq\frac{3}{(-1)}\ ??$$

$$\frac{4}{3}-\frac{-1}{6}\leq\frac{3}{-1}$$

<u>FALSO</u>

$$\frac{4}{-0'75}-\frac{0'5}{0'75}\leq\frac{3}{0'5}$$

<u>CIERTO</u>

$$\frac{4}{-0'99}-\frac{1'1}{-0'09}\leq\frac{3}{1'1}$$

<u>FALSO</u>

$$\frac{4}{-0'75}-\frac{1'5}{-0'25}\leq\frac{3}{1'5}$$

<u>CIERTO</u>

$$\frac{4}{3}-\frac{3}{2}\leq\frac{3}{3}$$

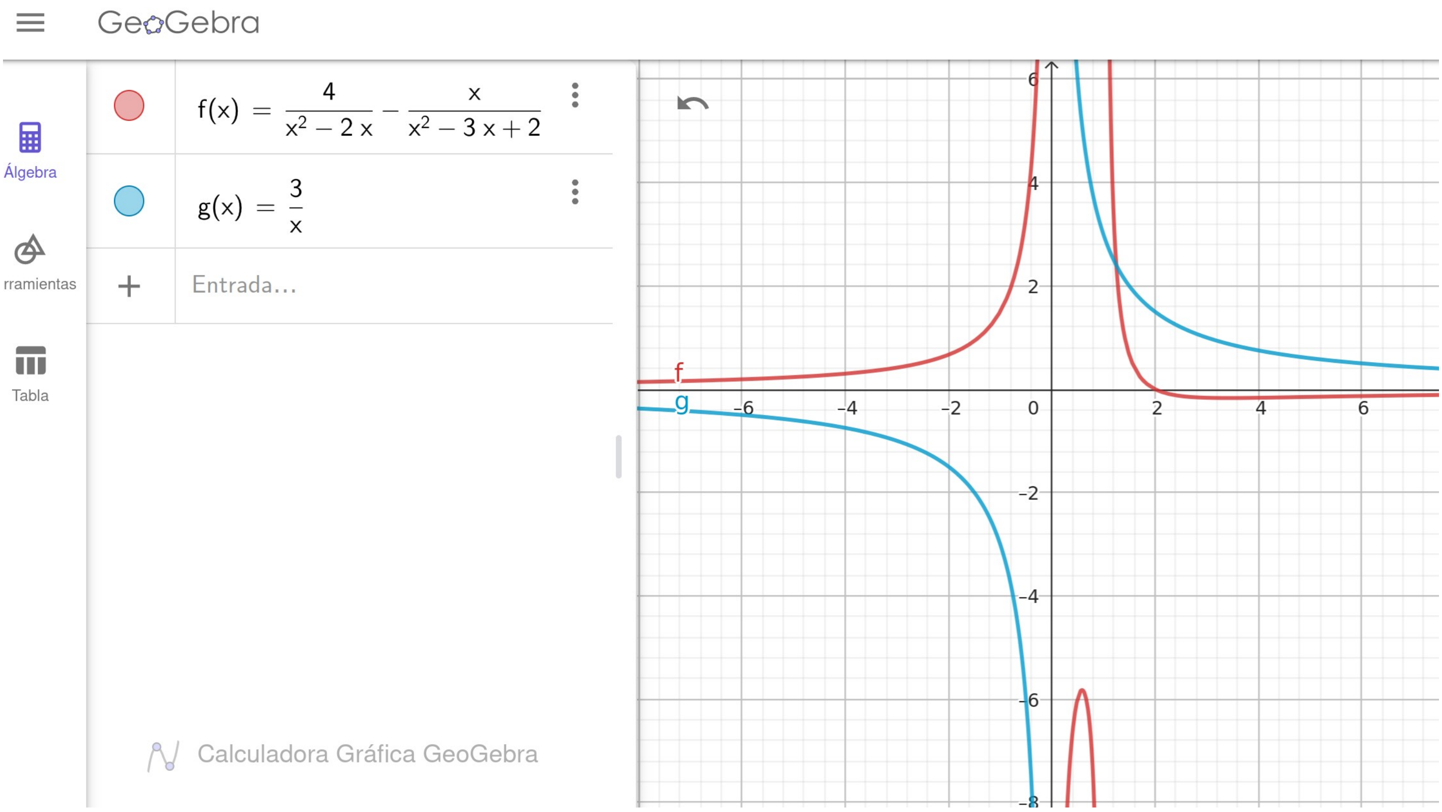
<u>CIERTO</u>

Solución: (0 , 1) U [5/4 , 2) U (2 ,∞)

Vamos a corregir nuestra inecuación con la ayuda de Geogebra:

$$\frac{4}{x^2-2x}-\frac{x}{x^2-3x+2}\leq\frac{3}{x}$$

La expresión de la izquierda va a ser la función f(x) y la de la derecha g(x). En esa inecuación nos estamos preguntando cuándo g(x) va por encima o igual a f(x). Vamos a representar ambas funciones:



En esa inecuación nos estamos preguntando cuando g(x), la función azul, va por encima o igual a f(x), la función roja. Podemos observar que nuestra solución es correcta.

$\boxed{\text{Solución: (0 , 1) U [5/4 , 2) U (2 ,} \infty \text{)}}$

Quizás te choque que en la gráfica no se entiende por qué excluimos al 2. Recuerda que el valor 2 no pertenecía al dominio de f(x) porque anula el denominador. Generalmente, cuando un valor anula el denominador de una función se traduce de una asíntota visible, pero en esta ocasión se trata de un simple punto hueco (discontinuidad evitable). Geogebra no está aún preparada para representar esos puntos huecos, por lo que en estos casos excepcionales tendremos que aplicar nuestros conocimientos matemáticos.

Ya puedes resolver cualquier inecuación con una incógnita si eres capaz de resolver la ecuación asociada. Si no es así, siempre te quedará Geogebra.