ECUACIONES EJEMPLARES DE REPASO DE 2º DE ESO

MATEMÁTICAS.com

RECURSOS BÁSICOS PARA TRIUNFAR EN MATEMÁTICAS EN 3º DE ESO

1. $x-\frac{2x}{3}=\frac{3+x}{4}-2-\frac{3x+7}{2} \rightarrow \boxed{x=-3}$

2. $6-\frac{3x-1}{5}\cdot\frac{5}{2}=\frac{x-3^2}{2}-\frac{9(x-5)}{4} \rightarrow \boxed{x=1}$

3. $\frac{1}{2}\cdot\frac{2x+1}{3}-\frac{3(x+1)}{2}=\frac{13-x}{5}-2 \rightarrow \boxed{x=-2}$

4. $\frac{1}{2}\cdot\frac{4x+5}{3}-\frac{5x+4}{4}+2=\frac{7-x}{3} \rightarrow \boxed{x=-2}$

5. $x+2-\frac{x-3}{3}=\frac{3+x}{6}-\frac{2x+4}{2} \rightarrow \boxed{x=-3}$

6. $\frac{(2x-1)(2x+1)}{3}=3-\frac{x-6}{2} \rightarrow \boxed{x_1=2, x_2=-19/8}$

7. $\frac{2x^2}{9}=\frac{1-x}{2} \rightarrow \boxed{x_1=3/4, x_2=-3}$

8. $\frac{x^2-1}{3}=2-\frac{4-x}{2} \rightarrow \boxed{x_1=2, x_2=\frac{-1}{2}}$

9. $3-\frac{2x(x+2)}{3}=\frac{3-x}{2} \rightarrow \boxed{x_1=1, x_2=-9/4}$

10. $1+\frac{(x-2)(x+3)}{6}=\frac{x}{2} \rightarrow \boxed{x_1=0, x_2=2}$

11. $\begin{cases}\frac{2x-1}{3}=3-\frac{1-y}{2}\\ \frac{3(y-1)}{2}=\frac{x-6}{2}-(-2)^2\end{cases} \rightarrow \boxed{\begin{matrix}x=2\\ y=-3\end{matrix}}$

12. $\begin{cases}\frac{x(y+1)}{3}=2\\ \frac{x-y}{3}=\frac{1-3x}{2}\end{cases} \rightarrow \boxed{\begin{matrix}x_1=-1\\ y_1=-7\end{matrix}} \quad \boxed{\begin{matrix}x_2=\frac{12}{11}\\ y_2=\frac{9}{2}\end{matrix}}$

1

$$x-\frac{2x}{3}=\frac{3+x}{4}-2-\frac{3x+7}{2}$$

Como no tenemos ninguna operación que realizar, procedemos a igualar denominadores para eliminarlos. Esta técnica es exclusiva de ecuaciones, ya que podemos multiplicarlas por el valor que queramos y tendremos otra equivalente:

3. Llevo (nuevo numerador)

$$\frac{x}{1}-\frac{2x}{3}=\frac{3+x}{4}-\frac{2}{1}-\frac{3x+7}{2}$$

2. Multiplico (todo por 6)

m.c.m. (1,2,3,4) = 12

$$\frac{12x}{12}-\frac{8x}{12}=\frac{9+3x}{12}-\frac{24}{12}-\frac{18x+42}{12}$$

Recuerda:
1. Divido
(12 : 2 = 6)

… y antes de tacharlos: REFLEXIÓN Y PELIGRO! → tachón, reflexión, peligro

$$\frac{12x}{\cancel{12}}-\frac{8x}{\cancel{12}}=\frac{9+3x}{\cancel{12}}-\frac{24}{\cancel{12}}-\frac{18x+42}{\cancel{12}}$$

CUANDO TENEMOS UN MENOS DELANTE DE OPERACIONES COMBINADAS, COMO AFECTA A TODO EL RESULTADO, TENEMOS QUE COLOCAR PARÉNTESIS. RECUERDA QUE ES UNO DE LOS FALLOS MÁS HABITUALES EN LOS EXÁMENES Y QUE ARRUINA MULTITUD DE EJERCICIOS.

$$12x-8x=9+3x-24-(18x+42)$$

$$12x-8x=9+3x-24-18x-42$$

Es una ecuación polinómica y todas las "x" tienen el mismo exponente: podemos juntarlas todas y sumarlas entre si para poder DESPEJAR.
ACUÉRDATE: "Lo que cambia de lado cambia de signo"

$$12x-8x-3x+18x=9-24-42$$

$$30x-11x=9-66 \Rightarrow 19x=-57 \Rightarrow \boxed{x=\frac{-57}{19}=-3}$$

Si la solución es un número entero, no podemos desaprovechar la oportunidad de comprobar que es buena de una forma sencilla: Basta sustituirla en la x en la ecuación original y comprobar que se cumple la igualdad

$$(-3)-\frac{2(-3)}{3}=\frac{3+(-3)}{4}-2-\frac{3(-3)+7}{2} \Rightarrow -3+2=0-2+1$$

-1 = -1 → La solución es válida. Podemos entregar el examen muy contentos

2

Antes de quitar denominadores, debemos resolver paréntesis (A) , operadores (B) y productos y divisiones (C). Es uno de los fallos más repetidos: no podemos precipitarnos en quitar los denominadores por mucho que nos guste

ABC

$$6-\frac{3x-1}{5}\cdot\frac{5}{2}=\frac{x-3^2}{2}-\frac{9(x-5)}{4}$$

$$6-\frac{15x-5}{10}=\frac{x-9}{2}-\frac{9x-45}{4}$$

m.c.m. (2,4,10) = 20

$$\frac{120}{20}-\frac{30x-10}{20}=\frac{10x-90}{20}-\frac{45x-225}{20}$$

... y antes de tacharlos: REFLEXIÓN Y PELIGRO! → tachón, reflexión, peligro

$$\frac{120}{\cancel{20}}-\frac{30x-10}{\cancel{20}}=\frac{10x-90}{\cancel{20}}-\frac{45x-225}{\cancel{20}}$$

$$120-30x+10=10x-90-45x+225$$

Podemos despejar a la izquierda y a la derecha, donde mejor te convenga:

$$120+10+90-225=30x+10x-45x$$

$$-5=-5x \Rightarrow \boxed{\frac{-5}{-5}=x=1}$$

El 1 es una de las soluciones más fáciles de comprobar, ya que cuando multiplica no “hace nada”

$$6-\frac{3\cdot1-1}{5}\cdot\frac{5}{2}=\frac{1-3^2}{2}-\frac{9(1-5)}{4}$$

$$6-\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{2}=\frac{-8}{2}\cancel{-}\frac{\cancel{-}36}{4} \Rightarrow 6-\frac{10}{10}=-4+9 \Rightarrow 6-1=5$$

3

ABC

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{2x+1}{3}-\frac{3(x+1)}{2}=\frac{13-x}{5}-2$$

$$\frac{2x+1}{6}-\frac{3x+3}{2}=\frac{13-x}{5}-2$$

$$\frac{10x+5}{\cancel{30}}-\frac{45x+45}{\cancel{30}}=\frac{78-6x}{\cancel{30}}-\frac{60}{\cancel{30}}$$

$$10x+5-45x-45=78-6x-60$$

$$10x-45x+6x=78-60-5+45$$

$$-29x=58 \rightarrow \boxed{x=\frac{58}{-29}=-2}$$

Comprobamos:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{-3}{3}-\frac{3(-1)}{2}=\frac{13-(-2)}{5}-2 \rightarrow \frac{-1}{2}+\frac{3}{2}=3-2 \rightarrow \frac{2}{2}=1$$

4

ABC

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{4x+5}{3}-\frac{5x+4}{4}+2=\frac{7-x}{3} \rightarrow \frac{4x+5}{6}-\frac{5x+4}{4}+2=\frac{7-x}{3}$$

$$\frac{8x+10}{\cancel{12}}-\frac{15x+12}{\cancel{12}}+\frac{24}{\cancel{12}}=\frac{28-4x}{\cancel{12}}$$

$$8x+10-15x-12+24=28-4x \rightarrow -3x=6 \rightarrow \boxed{x=-2}$$

5

$$x+2-\frac{x-3}{3}=\frac{3+x}{6}-\frac{2x+4}{2}$$

No hay nada del ABC por resolver.
Pasamos a igualar denominadores:

$$\frac{12x}{\cancel{12}}+\frac{24}{\cancel{12}}-\frac{4x-12}{\cancel{12}}=\frac{6+2x}{\cancel{12}}-\frac{12x+24}{\cancel{12}}$$

$$12x+24-4x+12=6+2x-12x-24$$

$$12x-4x-2x+12x=6-24-24-12 \rightarrow 18x=-54 \rightarrow \boxed{x=-3}$$

6

$$\frac{(2x-1)(2x+1)}{3}=3-\frac{x-6}{2} \xrightarrow{\text{ABC}} \frac{4x^2-1}{3}=3-\frac{x-6}{2}$$

$$\frac{8x^2-2}{\cancel{6}}=\frac{18}{\cancel{6}}-\frac{3x-18}{\cancel{6}} \longrightarrow 8x^2-2=18-3x+18$$

$$\underset{a}{8x^2}\underset{b}{+3x}\underset{c}{-38}=0$$

Pero aquí ya no puedo sumar todas las "x" para despejarla. Es una ecuación de 2º grado y toca aplicar la famosa fórmula de Bhaskara, llevándonos todo a un mismo miembro previamente

$$\boxed{\Delta=b^2-4ac}=3^2-4\cdot8\cdot(-38)=9+1216=1225=35^2$$

$$\boxed{x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}}=\frac{-3\pm\sqrt{1225}}{2\cdot8}=\frac{-3\pm35}{16}$$

$+$ $\boxed{x_1=\frac{32}{16}=2}$

$-$ $\boxed{x_2=\frac{-38}{16}=\frac{-19}{8}}$

La solución x=2 es fácil de comprobar. Si está bien una solución, es muy probable que la otra también sea correcta:

$$\frac{(2\cdot2-1)(2\cdot2+1)}{3}=3-\frac{2-6}{2} \longrightarrow \frac{3\cdot5}{3}=3-\frac{-4}{2} \longrightarrow 5=3+2$$

7

No hay nada del ABC ni peligro

$$\frac{2x^2}{9}=\frac{1-x}{2} \longrightarrow \frac{4x^2}{\cancel{18}}=\frac{9-9x}{\cancel{18}} \longrightarrow \underset{a}{4x^2}\underset{b}{+9x}\underset{c}{-9}=0$$

$$\boxed{\Delta=b^2-4ac}=9^2-4\cdot4\cdot(-9)=81+144=225=15^2$$

$$\boxed{x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}}=\frac{-9\pm\sqrt{225}}{2\cdot4}=\frac{-9\pm15}{8}$$

$+$ $\boxed{x_1=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}}$

$-$ $\boxed{x_2=\frac{-24}{8}=-3}$

En esta ocasión vamos a comprobar x=-3. Con las soluciones negativas debemos tener cuidado, y sustituirlas en la "x" siempre con sus paréntesis

$$\frac{2(-3)^2}{9}=\frac{1-(-3)}{2} \longrightarrow \frac{2\cdot9}{9}=\frac{1+3}{2} \longrightarrow 2=2$$

8 $\frac{x^2-1}{3}=2-\frac{4-x}{2} \xrightarrow{\Delta} \frac{2x^2-2}{\cancel{6}}=\frac{12}{\cancel{6}}-\frac{12-3x}{\cancel{6}}$

$2x^2-2=12-12+3x \rightarrow \underbrace{2}_{a}x^2\underbrace{-3}_{b}x\underbrace{-2}_{c}=0$

$\Delta=b^2-4ac=(-3)^2-4\cdot 2\cdot(-2)=9+16=25$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{3\pm\sqrt{25}}{2\cdot 2}=\frac{3\pm 5}{4}$

\+ $\boxed{x_1=\frac{8}{4}=2}$

\- $\boxed{x_2=\frac{-2}{4}=\frac{-1}{2}}$

---

9 $3-\frac{2x(x+2)}{3}=\frac{3-x}{2} \xrightarrow{ABC} 3-\frac{2x^2+4x}{3}=\frac{3-x}{2}$

Δ $\frac{18}{\cancel{6}}-\frac{4x^2+8x}{\cancel{6}}=\frac{9-3x}{\cancel{6}} \rightarrow 18-4x^2-8x=9-3x$

$-4x^2-5x+9=0$

Por experiencia propia y de los miles de exámenes corregidos, os aconsejo trabajar siempre con “a” positiva. Multiplico por (-1) la ecuación con tal fin:

$\underbrace{4}_{a}x^2\underbrace{+5}_{b}x\underbrace{-9}_{c}=0$

$\Delta=b^2-4ac=5^2-4\cdot 4\cdot(-9)=25+144=169$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-5\pm\sqrt{169}}{2\cdot 4}=\frac{-5\pm 13}{8}$

\+ $\boxed{x_1=\frac{8}{8}=1}$

\- $\boxed{x_2=\frac{-18}{8}=\frac{-9}{4}}$

---

10 $1+\frac{(x-2)(x+3)}{6}=\frac{x}{2} \rightarrow \frac{6}{6}+\frac{x^2+x-6}{6}=\frac{3x}{6}$

$\rightarrow x^2-2x=0 \rightarrow x(x-2)=0 \rightarrow x=0,\ o\ (x-2)=0$ $\begin{cases}\boxed{x_1=0}\\ \boxed{x_2=2}\end{cases}$

Ecuación de 2º grado incompleta. Se puede usar la fórmula con c=0, pero la mejor técnica es sacar factor común. Si dos factores multiplicados dan cero, no queda más opción que uno de los dos sea 0

SISTEMAS DE ECUACIONES:
Generalmente conviene aplicar REDUCCIÓN: multiplicar cada ecuación por los valores adecuados para que al sumarlas se elimine una incógnita.
Muchas veces no queda más remedio que aplicar SUSTITUCIÓN: despejar una de las incógnitas de una de las ecuaciones, para sustituir lo que vale en la otra ecuación.
El objetivo es siempre quedarse con una sola ecuación con una incógnita.

11

$$\begin{cases} \dfrac{2x-1}{3}=3-\dfrac{1-y}{2} \\ \dfrac{3(y-1)}{2}=\dfrac{x-6}{2}-(-2)^2 \end{cases}$$

Mi consejo es que trabajes el ABC y los denominadores en cada ecuación por separado, y luego las vuelves a juntar. Una vez te quites esos problemas, podrás juzgar que método te conviene o te sirve

$$\frac{4x-2}{6}=\frac{18}{6}-\frac{3-3y}{6}$$

$$4x-2=18-3+3y$$

$$\boxed{4x-3y=17}$$

$$\frac{3y-3}{2}=\frac{x-6}{2}-4$$

$$\frac{3y-3}{2}=\frac{x-6}{2}-\frac{8}{2}$$

$$\boxed{-x+3y=-11}$$

Casualmente, se han quedado en bandeja para sumarlas y que desaparezca la "y"

Sumo: $4x-3y=+17$

$$3x=6$$

$$\boxed{x=2}$$

Una vez tenemos lo que vale una incógnita, podemos sustituir su valor en una ecuación anterior...

$$4\cdot 2-3y=+17$$

$$-3y=17-8$$

$$-3y=9$$

$$\boxed{y=\frac{9}{-3}=-3}$$

... o hacer doble reducción, buscando otra combinación entre ambas ecuaciones para aislar la otra incógnita

x4

$$-4x+12y=-44$$

Sumo: $4x-3y=+17$

$$9y=-27$$

$$y=-27/9$$

Y comprobamos que funciona en ambas ecuaciones:

$$\frac{2\cdot 2-1}{3}=3-\frac{1-(-3)}{2}$$

$$1=3-2$$

$$\frac{3(-3-1)}{2}=\frac{2-6}{2}-(-2)^2$$

$$-6=-2-4$$

11

$$\begin{cases} \dfrac{x(y+1)}{3}=2 \\ \dfrac{x-y}{3}=\dfrac{1-3x}{2} \end{cases}$$

$$\frac{xy+x}{3}=2$$

$$\frac{2x-2y}{6}=\frac{3-9x}{6}$$

$$\begin{cases} xy+x=6 \\ 11x-2y=3 \end{cases}$$

Tal y como se presenta el nuevo sistema, resulta imposible plantearse reducción. Nos vemos obligados a despejar una incógnita. Vamos a despejar "y" de la segunda ecuación, aunque tú puedes probar a hacerlo con "x" y comprobar que da lo mismo. DEBEMOS DE BUSCAR UNA INCÓGNITA FÁCIL DE DESPEJAR, Y QUE A LA VEZ SEA FÁCIL DE SUSTITUIR (EVITAR QUE SE VEA AFECTADA POR EXPONENTES)

$$11x-2y=3 \Rightarrow 11x-3=2y \Rightarrow \boxed{\frac{11x-3}{2}=y}$$

Sustituimos en la otra ecuación:

$$xy+x=6 \Rightarrow x\cdot\frac{11x-3}{2}+x=6 \Rightarrow \frac{x(11x-3)}{2}+\frac{2x}{2}=\frac{12}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{11x^2-3x}{2}+\frac{2x}{2}=\frac{12}{2} \Rightarrow 11x^2-x-12=0$$

a = 11 b = -1 c = -12

$$\boxed{\Delta=b^2-4ac}=(-1)^2-4\cdot 11\cdot(-12)=1+528=529$$

$$\boxed{x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}}=\frac{-(-1)\pm\sqrt{529}}{2\cdot 11}=\frac{1\pm 23}{22}$$

+

$$\boxed{\begin{array}{c} x_1=\dfrac{24}{22}=\dfrac{12}{11} \\ y_1=\dfrac{\cancel{11}\cdot\dfrac{12}{\cancel{11}}-3}{2}=\dfrac{9}{2} \end{array}}$$

-

$$\boxed{\begin{array}{c} x_2=\dfrac{-22}{22}=-1 \\ y_2=\dfrac{11(-1)-3}{2}=\dfrac{-14}{2}=-7 \end{array}}$$

La segunda solución es fácil de comprobar:

$$\frac{-1(-7+1)}{3}=2;\quad \frac{6}{3}=2$$

$$\frac{-1-(-7)}{3}=\frac{1-3(-1)}{2};\quad \frac{6}{3}=\frac{4}{2}$$