ECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

1. Quitamos el valor absoluto para dar paso a dos ecuaciones, ya que podemos tener que actúe o que no lo haga:
" |...| = + (...) " y " |...| = - (...) "
(el valor absoluto puede no cambiar el signo o sí lo hacerlo)

2. Comprobamos las soluciones.

Ejemplo: $|x^2-x|+x=4$

1

$(x^2-x)+x=4$ | $-(x^2-x)+x=4$
$x^2=4$ | $-x^2+2x-4=0$
$x=\pm 2$ | $b^2-4ac=4-16<0$
 | No hay solución

2

Comprobamos que ambas son válidas.

Si x=2 : $|4-2|+2=4$ ✓

Si x= -2 : $|4-(-2)|+(-2)=4$ ✓

Si tenemos más de un valor absoluto, quitamos uno a uno, duplicándose el número de ecuaciones en cada paso.
Aquí debemos extremar el cuidado con las soluciones falsas.

Ejemplo: $|x^2-x|+|x|=4$

1

$(x^2-x)+|x|=4$ | $-(x^2-x)+|x|=4$

1

$x^2-x+(x)=+4$ | $x^2-x-(x)=4$ | $-x^2+x+(x)=4$ | $-x^2+x-(x)=4$
$x^2=4$ | $x^2-2x-4=0$ | $0=x^2-2x+4$ | $x^2=-4$
$x=\pm 2$ | $x=1\pm\sqrt{5}$ | No hay solución | No hay solución

2

Comprobamos cuáles son válidas:

$\boxed{x=+2}$ → $2+2=4$ ✓
$x=-2$ → ~~6+2=4~~
$x=1+\sqrt{5}$ → ~~7'2...+3'2...=4~~
$\boxed{x=1-\sqrt{5}}$ → $2'7...+1'2...=4$ ✓

Dos soluciones válidas

MÉTODO GENERAL PARA RESOLVER INECUACIONES

1. Estudiamos el "dominio de la ecuación" y lo representamos.

2. Hallamos las soluciones de la ecuación asociada y representamos las soluciones que pertenezcan al dominio:
   ¡ Puntos huecos si la igualdad no vale !

3. "Pinchamos" para ver dónde se cumple la desigualdad, qué son los tramos que forman parte de la solución.

> *OjO: En las inecuaciones lineales se puede despejar, pero si se cambia el signo, se invierte la desigualdad*

Ejemplo:

$$\sqrt{x-1} > \frac{2}{\sqrt{6-x}}$$

1 Necesito que: $\underbrace{\underbrace{x-1 \geq 0}_{x\geq 1} \quad \text{y que} \quad \underbrace{6-x>0}_{x<6}}$

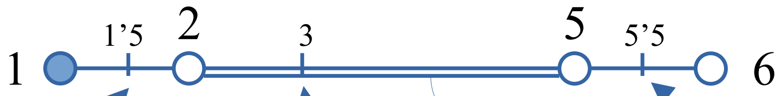
El dominio es el intervalo $[1,6)$

2 Para resolver la ecuación elevo ambos miembros al cuadrado:

$$x-1=\frac{4}{6-x} \Rightarrow -x^2+7x-10=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=2 \\ x_2=5 \end{cases}$$

Ambas soluciones son válidas para la ecuación y están dentro del dominio

3 Como la igualdad no está presente, pintamos las soluciones (2 y 5) con puntos huecos:



$\cancel{\sqrt{1'5} > \frac{2}{\sqrt{4'5}}}$

FALSO

$\sqrt{2} > \frac{2}{\sqrt{3}}$

CIERTO $\Rightarrow$ $\boxed{\text{La solución es el intervalo } (2,5)}$

$\cancel{\sqrt{4'5} > \frac{2}{\sqrt{0'5}}}$

FALSO

SISTEMAS DE INECUACIONES CON UNA INCÓGNITA

Resolvemos cada inecuación por separado y luego realizamos la intersección de todas las soluciones de las inecuaciones del sistema.

Si obtenemos el conjunto vacío, es que no hay solución (no hay ningún valor que cumpla todas esas condiciones)

Ejemplo de sistema de 3 inecuaciones:

$$\begin{cases} \sqrt{x-1} > \frac{2}{\sqrt{6-x}} \Rightarrow S_1=(2,5) \rightarrow \text{del ejemplo anterior} \\ 3x-2\leq 5x+4 \Rightarrow -2x\leq 6 \Rightarrow x\geq -3 \\ x-5\geq 3-x \Rightarrow 2x\geq 8 \Rightarrow x\geq 4 \end{cases}$$

$S_3=[4,\infty)$ $\qquad$ $S_2=[-3,\infty)$

Como necesitamos que las tres soluciones se cumplan, la solución de nuestro sistema es:

$$\boxed{S = S_1 \cap S_2 \cap S_3 = [4,5)}$$