

## PROPORCIONALIDAD 4

En este vídeo vamos a profundizar sobre algunos aspectos de porcentajes que ya vimos en el primer vídeo, y que afectan cotidianamente a la economía doméstica: préstamos y depósitos

Por ejemplo, supongamos que una familia recibe una herencia de 5000 € y decide guardarla para algún imprevisto. Puede que los lleve a un banco para que le produzcan intereses. Si el banco les ofrece un 5% de rentabilidad anual, ellos podrán ganar al finalizar cada año  $5000 \cdot \frac{5}{100} = 250$  €

El dinero que han depositado les genera cada año 250 €, que pueden gastarse en lo que quieran sin mermar el CAPITAL INICIAL ( $C_1$ )  
Al cabo de "n" años, conseguirían que su CAPITAL FINAL ( $C_F$ ) sea:

$$5000 + 250n = 5000 + n \cdot 5000 \cdot \frac{5}{100} = 5000 \left(1 + n \cdot \frac{5}{100}\right)$$

De donde podemos deducir la

FÓRMULA DEL INTERÉS (i) SIMPLE:  $C_F = C_1 \left(1 + n \cdot \frac{i}{100}\right)$

Sin embargo, hoy en día es difícil que se espere al año para cobrar los intereses, y sobre todo en los préstamos. Pueden cobrarse cada 6 meses

$$C_F = C_1 \left(1 + \frac{i}{100 \cdot 2}\right)^{2n} = C_1 \left(1 + \frac{i}{200}\right)^{2n}$$

n: número de años  
s: número de semestres

La mitad del interés cada semestre, dos veces al año

Pueden cobrarse cada mes (bastante habitual)

$$C_F = C_1 \left(1 + \frac{i}{100 \cdot 12}\right)^{12n} = C_1 \left(1 + \frac{i}{1200}\right)^{12n}$$

m: número de meses

Y pueden cobrarse semanales, diarios, trimestrales...

Pero la situación anterior no es corriente. Lo normal es que las personas dejen el dinero generado en el banco, para que se unan al capital acumulado y genere más beneficio.

Del mismo modo que en los préstamos, los intereses generados pasan a engrosar la deuda, y hacen que los intereses siguientes crezcan

Siguiendo el ejemplo anterior, ya vimos en el vídeo primero que con un incremento anual del 5%, al cabo de 3 años tendríamos

$$5000 \cdot \frac{105}{100} \cdot \frac{105}{100} \cdot \frac{105}{100} = 5000 \left(\frac{105}{100}\right)^3 = 5000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3$$

De donde podemos deducir la

FÓRMULA DEL INTERÉS COMPUESTO:  $C_F = C_1 \left(1 + \frac{i}{100}\right)^n$

Hagamos unos ejercicios

Compara cómo crece una deuda de 1000 € a lo largo de 10 años al 8% de interés, si nos aplican un interés simple, un interés compuesto con cargo anual de intereses, y si es compuesto con cargo diario

Si el interés es simple tenemos  $C_F = 1000 \left(1 + 10 \cdot \frac{8}{100}\right) = 1800$  €  
Lo que equivale a un +80% ( $8 \times 10$ )

Si el interés es compuesto anual:  $C_F = 1000 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^{10} = 2158,92$  €  
Podemos apreciar que crecen los intereses

Si el interés es compuesto diario  $C_F = 1000 \left(1 + \frac{8}{100 \cdot 360}\right)^{10 \cdot 360} = 2225,34$  €  
Debemos considerar que el AÑO COMERCIAL tiene 12 meses de 30 días (360 días)  
Podemos observar que crecen aún más

¿Qué porcentaje "real" de interés estoy pagando por un préstamo de 2500 €, con un interés del 10% con un vencimiento mensual de intereses?

Al cabo de un año la deuda será de:  $2500 (1 + 10/1200)^{12} =$   
 $\approx 2500 \cdot 1.104713 \approx 2761.78 \text{ €}$

Se puede apreciar que la deuda crece 261.78 €, que es más de los 250 € que supondrían un 10% AQUÍ TENIAMOS EL TAE CALCULADO CON MENOS REDONDEOS

Los intereses de los intereses generados mensualmente, van provocando que el porcentaje final de crecimiento de nuestra deuda haya aumentado

CAPITAL	%	} Finalmente, me cobran un $(26178/2500) 10.4712\%$ "real". Ese porcentaje "real", que puede incluir comisiones, es lo que se conoce como TAE (tasa anual equivalente)
2500	100	
261.78	x	

¿Qué capital debo invertir durante 5 años, si me ofrecen un 6% de interés compuesto trimestral, si quiero llegar a los 1500 euros?

Sustituyendo en la fórmula:

$$1500 = C_1 \left(1 + \frac{6}{100 \cdot 4}\right)^{5 \cdot 4} = C_1 \cdot 1.015^{20}$$

Bastará despejar el capital inicial para hallarlo

$$C_1 \cdot 1.346855 = 1500$$

$$C_1 = 1500 / 1.346855 = 1113.71 \text{ €}$$

Tendremos que invertir 1113.71 € si queremos que el banco nos entregue 1500 € al cabo de cinco años, generándonos un 34.6855% de interés

¿Qué interés necesito negociar para que 1200 € se conviertan en 1500 € al cabo de tres años?

Si me ofrecen un interés simple:  $1500 = 1200 (1 + 3i/100)$

Y pasamos a despejar "i":  $1500 / 1200 = 1 + 3i/100$

$$1.25 - 1 = 3i/100$$

Tendría que pedirle al banco un interés mínimo del 8.33%

$$i = \frac{0.25 \cdot 100}{3} \approx 8.33\%$$

Pero si es compuesto anual:  $1500 = 1200 (1 + i/100)^3$

Tan solo necesitaré un interés mínimo del 7.722%

$$1500 / 1200 = (1 + i/100)^3$$

$$i/100 = \sqrt[3]{1.25} - 1$$

$$i \approx 100 \cdot 0.07722 = 7.722\%$$

Y si conseguimos acortar los plazos del interés, conseguiremos bajar un poquito más aún ese porcentaje

¿Cuánto tiempo tendremos que mantener una inversión para doblar el capital, si nos ofrecen un interés compuesto trimestral del 10%?

Desconocemos el capital de la inversión, pero tenemos claro que deseamos que:  $C_F = 2C_1$

Sustituimos:  $2C_1 = C_1 (1 + 10/400)^t$

$$2C_1 / C_1 = (1 + 0.025)^t$$

$$2 = 1.025^t$$

¿A qué número elevo 1.025 para obtener 2?  $t = \log_{1.025} 2$   
¿Te suena?

Con la calculadora obtenemos:  $t = \frac{\log 2}{\log 1.025} = 28.071$  trimestres

Necesitaremos mantener la inversión 29 trimestres (7 años y 3 meses)