PROBABILIDAD 2

Un dado: A = Salir par = $\{2,4,6\}$ B = Salir menos de 4 = $\{1,2,3\}$

La UNIÓN ($\cup$) de dos sucesos A y B es un suceso que contiene todos los sucesos elementales de A y B → $A\cup B = \{1,2,3,4,6\}$

$A\cup B$ ocurrirá siempre que ocurra A o B → $A\cup B$ = Salir par o menos de 4

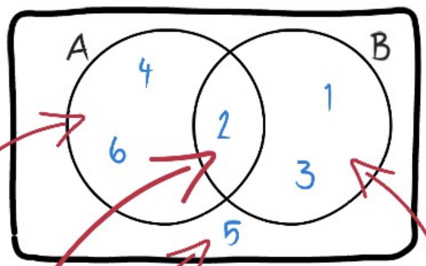
La INTERSECCIÓN ($\cap$) de dos sucesos A y B es un suceso que contiene todos los sucesos elementales que comparten A y B → $A\cap B = \{2\}$

$A\cap B$ ocurrirá siempre que ocurra A y B a la vez → $A\cap B$ = Salir par y menos de 4

Es conveniente que separemos describir todo suceso de las dos formas

Para analizar estas operaciones, son muy útiles los DIAGRAMAS DE VENN:

A = Salir Par
B = Salir menos de 4



E
ESPACIO MUESTRAL

$A\cap\overline{B}$
OCURRE A y NO OCURRE B

$A\cap B$
OCURRE A y B

$\overline{A}\cap B$
NO OCURRE A y OCURRE B

$\overline{A}\cap\overline{B} = \overline{A\cup B}$

NO OCURRE NI A NI B = CONTRARIO DE QUE OCURRA A o B

ES IMPAR o MAYOR QUE 3 = $\{1,3,4,5,6\}$ = $\overline{A}\cup\overline{B} = \overline{A\cap B}$ = NO ES "PAR y MENOR QUE 4" = $\{1,3,4,5,6\}$

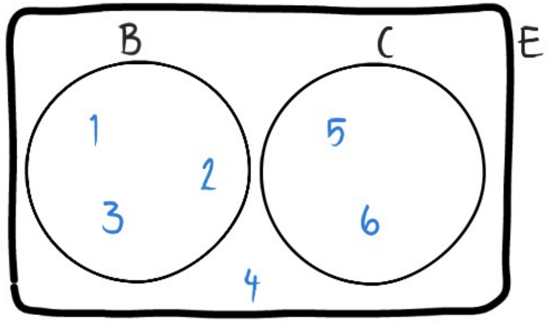
NO OCURRE A o NO OCURRE B = NO OCURRE A y B A LA VEZ

CAMBIANDO LOS SIGNOS "UNIMOS O SEPARAMOS" LA RAYA DEL CONTRARIO, Y FUNCIONA CON DOS, TRES, CUATRO... Y OCHENTA SUCESOS !!!

Estudiemos dos sucesos incompatibles:

B = Salir menos de 4
C = Salir más de 4

Podemos representarlo de la siguiente forma:



Como son incompatibles: $B\cap C = \emptyset$ (CONJUNTO VACÍO)

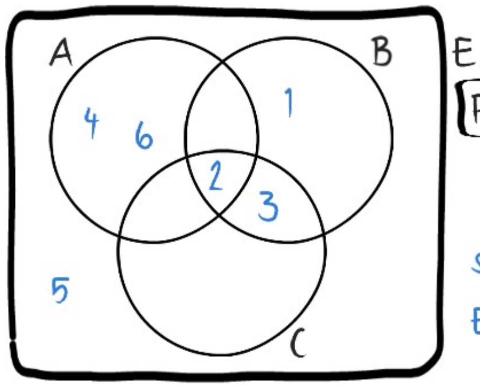
No comparten ningún suceso elemental

Estudiemos tres sucesos juntos:

A = Salir par
B = Salir menos de 4
C = Salir 2 o 3

Con el 1, ocurre solo B
Con el 2, ocurren los tres
Con el 3, ocurren B y C
Con el 4, ocurre solo A
Con el 5, no ocurre ninguno
Con el 6, ocurre solo A

Con el diagrama podríamos analizar de forma sencilla las operaciones entre los tres sucesos



E Observad, con ayuda del diagrama, que

$\boxed{P(A)+P(B)=P(A\cup B)+P(A\cap B)}$

$3/6 + 3/6 = 5/6 + 1/6$

Y podemos ver que también se cumple con A y C, y entre B y C

Esta fórmula es de gran utilidad, ya que relaciona dos sucesos con su intersección y su unión

Y funciona también con sus contrarios $\boxed{P(\overline{A})+P(\overline{B})=P(\overline{A}\cup\overline{B})+P(\overline{A}\cap\overline{B})}$

Como ya vimos antes

Y, por lo tanto $\boxed{P(\overline{A})+P(\overline{B})=P(\overline{A\cap B})+P(\overline{A\cup B})}$

Problema 1:

Si la probabilidad de que llueva y haga viento es de 1/2, y de que llueva o haga viento es de 4/5, halla la probabilidad de que llueva, sabiendo que la probabilidad de que haga viento es 2/3

Sea A = Llueve
y B = Hace viento

$$P(A) + P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B)$$
$$P(A) + 2/3 = 4/5 + 1/2$$
$$P(A) = 4/5 + 1/2 - 2/3$$
$$P(A) = 24/30 + 15/30 - 20/30 = 19/30$$

La probabilidad de que llueva es 19/30

Problema 2:

Si la probabilidad de perder es de 0'3 y la probabilidad de ganar es 0'2, ¿cuál es la probabilidad de empatar?

Los tres sucesos son incompatibles

Sea A = Ganar
B = Empatar
C = Perder
$\overline{C} = A \cup B$

$$P(A) + P(B) = P(A \cup B) + \cancel{P(A \cap B)} \rightarrow 0$$
$$P(B) = -P(A) + P(\overline{C})$$
$$P(B) = -0'2 + (1 - 0'3) = 0'5$$

La probabilidad de empatar es del 50%

Problema 3:

Si $P(A) = 1/4$, $P(\overline{B}) = 40\%$ y $P(\overline{A \cup B}) = 0'85$ halla $P(A \cup B)$

Probemos ahora con los contrarios

$$P(\overline{A}) + P(\overline{B}) = P(\overline{A} \cup \overline{B}) + P(\overline{A} \cap \overline{B})$$
$$3/4 + 40/100 = P(\overline{A \cup B}) + 0'85$$
$$75/100 + 40/100 - 85/100 = P(\overline{A \cup B}) \Rightarrow 30/100 = P(\overline{A \cup B})$$

$$\boxed{P(A \cup B) = 70\%}$$

Problema 4:

Sacamos una carta al azar de una baraja española con 40 cartas.
Sea: A = Sacar un tres, y B = Sacar una carta de espadas

Halla $\overline{A \cup \overline{B}}$ = $\overline{\{\text{SACAR UN 3}\} \cup \{\text{NO SACAR ESPADAS}\}}$ =

= $\overline{\{\text{SACAR UN 3 o NO SACAR ESPADAS}\}}$ =

= {SACAR UNA ESPADA QUE NO SEA EL 3}

En estos ejercicios suelen ser muy útiles las fórmulas "de los contrarios"

$$\overline{A \cup \overline{B}} = \overline{A} \cap \overline{\overline{B}} = \overline{A} \cap B = \{\text{SACAR UNA ESPADA QUE NO SEA EL 3}\}$$

Cambiando el signo, "separamos o unimos" la raya del contrario
Y como $\overline{\overline{B}} = B$... Cuantos menos contrarios tengamos más fácil será razonar.

Problema 5:

Si la probabilidad de aprobar Matemáticas es de 0'6, la probabilidad de aprobar Lengua es de 0'5, y la probabilidad de no aprobar ninguna es de 0'2, ¿cuál es la probabilidad de aprobar solo una de las dos?

Existen muchos caminos para resolver este problema, pero un recurso muy útil es usar las tablas de CONTINGENCIA.
Viene a ser una tabla de doble entrada que recoge las sumas.

Sea M = Aprobar Matemáticas
y L = Aprobar Lengua
En la siguiente tabla recogeremos las probabilidades

	M	$\overline{M}$	TOT
L	0'3	0'2	0'5
$\overline{L}$	0'3	0'2	0'5
TOT	0'6	0'4	1

Como sabemos que todas las probalidades suman 1, no será difícil completar todos los huecos de esa tabla

La probabilidad de aprobar solo una es de 0'5