

ECUACIONES 3

Multipliquemos dos monomios

$$3x^2y \cdot 5x = 3 \cdot x^2 \cdot y \cdot 5 \cdot x = 15x^3y$$

Como el orden de los factores no afecta al producto, multiplicaremos los coeficientes entre sí, y las letras entre sí

Si un monomio multiplica a un polinomio, aplicamos la propiedad distributiva:

$$5x^3 (3x^2 + 5y - 7) = 15x^5 + 25x^3y - 35x^3$$

Para multiplicar dos polinomios, debemos aplicar la DOBLE DISTRIBUTIVA:

$$(5x^3 - 4x + 7) \cdot (6x - 3) = 30x^4 - 15x^3 - 24x^2 + 12x + 42x - 21 = 30x^4 - 15x^3 - 24x^2 + 54x - 21$$

Todos los términos del primer polinomio deben multiplicarse por todos los términos del segundo polinomio

Como aparecen a menudo, conviene dominar las siguientes IDENTIDADES NOTABLES

CUADRADO DE UNA SUMA $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

CUADRADO DEL PRIMERO, MÁS DOBLE DEL PRIMERO POR EL SEGUNDO, MÁS CUADRADO DEL SEGUNDO

CUADRADO DE UNA DIFERENCIA $(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

CUADRADO DEL PRIMERO, MENOS DOBLE DEL PRIMERO POR EL SEGUNDO, MÁS CUADRADO DEL SEGUNDO

SUMA POR DIFERENCIA $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$ CUADRADO DEL PRIMERO MENOS CUADRADO DEL SEGUNDO

Por ejemplo, si queremos calcular: $(3x + 1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$

$$(3y - 4x)^2 = 9y^2 - 24xy + 16x^2 \quad (3-y) \cdot (3+y) = 9 - y^2$$

Y si sabemos multiplicar polinomios, sabemos calcular potencias de polinomios

$$(3x - 2)^3 = (3x - 2) \cdot (3x - 2) \cdot (3x - 2) = (9x^2 - 6x - 6x + 4) \cdot (3x - 2) = \dots$$

La técnica para resolverlas, como siempre en ecuaciones, será:

- A: paréntesis y corchetes
- B: potencias y raíces
- C: multiplicaciones y divisiones

Después quitamos los denominadores (con el m.c.m.)



Llegado este punto, nos llevamos todos los términos al miembro de la izquierda, ordenamos y reducimos

Y se nos queda de la forma: $ax^2 + bx + c = 0$

Y llegado este momento, aplicamos la siguiente fórmula:

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \Delta = \text{DISCRIMINANTE}$$

Si el discriminante resulta mayor que 0, podremos resolver esa raíz, y obtendremos dos soluciones, una con el "+" y otra con el "-"

Si el discriminante resulta 0, solo quedará una solución ($-b/2a$)

Si el discriminante es negativo, no tendrá raíz, y no habrá solución

Al ser tan decisivo, conviene calcularlo previamente

Por ejemplo $5x^2 - 3x - 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 9 + 40 = 49 > 0$

Tendremos dos soluciones

$$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 5} = \frac{3 \pm 7}{10}$$

$$\begin{matrix} \rightarrow 10/10 = 1 = x_1 \\ \rightarrow -4/10 = -2/5 = x_2 \end{matrix}$$

Otro $x^2 - 4x + 4 = 0$ $\Delta = 16 - 16 = 0$ Una única solución
 $x = -(-4)/2 = 4/2 = 2$

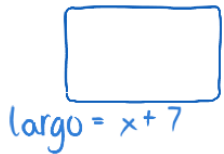
Otro $3x^2 - x + 2 = 0$ $\Delta = 1 - 24 = -23 < 0$
 Al no tener raíz, no hay solución

Hagamos un problema: Queremos construir una casa que tenga 120m² de planta rectangular, que mida 7m más de largo que de ancho. ¿Qué medidas debe tener?

Recuerda, tenemos que DIGERIR el problema.

(DATOS, INCÓGNITA, GRÁFICOS, ECUACIÓN, RESOLVER, INTERPRETAR, REDACTAR)

$x =$ ancho de la casa (siempre es aconsejable que tomemos la medida menor)



$x(x + 7) = 120$
 $x^2 + 7x = 120$
 $x^2 + 7x - 120 = 0$

$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-120) = 529$

$x = \frac{-7 \pm \sqrt{529}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 \pm 23}{2}$
 $\begin{matrix} \rightarrow 16/2 = 8 = x_1 \\ \rightarrow -30/2 = -15 = x_2 \end{matrix}$

La solución negativa carece de sentido

Si mide 8m de ancho, medirá 15m de largo, y $15 \times 8 = 120$. ✓

La casa debe medir 8m de ancho y 15m de largo

Si $c=0$, podemos sacar de factor común x

$3x^2 - 5x = 0$

$x(3x - 5) = 0$ $\rightarrow 0 \quad x_1 = 0$
 $\rightarrow 0 \quad 3x - 5 = 0; 3x = 5; x_2 = 5/3$

Siempre tendremos dos soluciones

Si una multiplicación da 0, es que uno de los factores es 0

Resolvamos una ecuación común:

$\frac{(x-3)^2}{4} - x = 2 - \frac{4x-1}{3} - (x-2) \cdot (3-4x)$

Recordemos lo primero el A, B, C

$a^2 - 2ab + b^2$

El resultado debemos meterlo en unos paréntesis, porque ese "-" afectará a todos sus términos

$\frac{x^2 - 6x + 9}{4} - x = 2 - \frac{4x-1}{3} - (3x - 4x^2 - 6 + 8x)$

$\frac{x^2 - 6x + 9}{4} - x_1 = 2 - \frac{4x-1}{3} - 3x + 4x^2 + 6 - 8x$ Ahora quitamos los denominadores (m.c.m.=12)

$\frac{3x^2 - 18x + 27}{12} - \frac{12x}{12} = \frac{24}{12} - \frac{(16x-4)}{12} - \frac{36x}{12} + \frac{48x^2}{12} + \frac{72}{12} - \frac{96x}{12}$

DIVIDO, MULTIPLICO, LLEVO (12:3=3 por...)

Al tachar, recuerda:



$3x^2 - 18x + 27 - 12x = 24 - 16x + 4 - 36x + 48x^2 + 72 - 96x$

Al ser una ecuación de segundo grado, la estrategia que seguiremos es llevarnos todo a un miembro, ordenar y reducir (lo que cambia de miembro, cambia de signo)

$3x^2 - 48x^2 - 18x - 12x + 16x + 36x + 96x + 27 - 24 - 4 - 72 = 0$

$-45x^2 + 118x - 73 = 0$ Aplico la fórmula porque es COMPLETA

$\Delta = b^2 - 4ac = 13924 - 13140 = 784 > 0$; Dos soluciones

$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-118 \pm \sqrt{784}}{2 \cdot (-45)} = \frac{-118 \pm 28}{-90}$
 $\begin{matrix} \rightarrow -90/-90 = 1 = x_1 \\ \rightarrow -146/-90 = 73/45 = x_2 \end{matrix}$

Debemos comprobar las soluciones, al menos las enteras

Si $b=0$, nos quedaremos con una sola letra, y en ese caso no hay nada más que despejarla:

$2x^2 - 5 = 0$

$2x^2 = 5$ 2 soluciones
 $x^2 = 5/2 = 2.5$ $x = \pm \sqrt{2.5}$

$x^2 + 3 = 0$

$x^2 = -3$ No hay solución, ya que -3 no tiene raíz cuadrada